CIRCONSCRIPTION
LYON 6ème/VILLEURBANNE

ACADÉMIE DE LYON
Liberté
Égalité
Fraternité



Céline DELMAIRE
Conseillère pédagogique

Valérie TERRENOIRE
Référente mathématiques

Formation

Résolution de problèmes au cycle 3 : de la représentation à la modélisation

2023-2024

Sommaire

01 Analyse didactique

02 Typologie des problèmes

03 Démarche d’apprentissage

04 Des méthodes de représentation pour modéliser

Déroulement de la formation



14/12/2023

du 15/12/2023 au 06/03/2024

11/03/2024

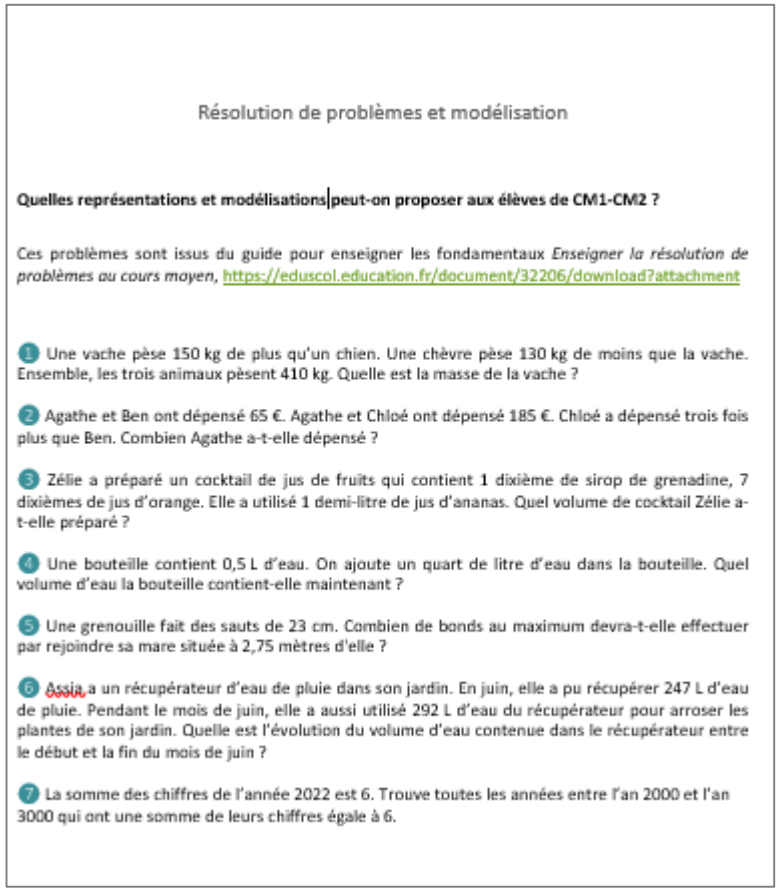
Analyse didactique



Résoudre les problèmes avec des procédures possibles en CM1/CM2



Pour chacun des problèmes issus du guide Eduscol *Enseigner la résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*, quelles sont les représentations et modélisations possibles en CM1 et CM2?



Résolution de problèmes et modélisation

Quelles représentations et modélisations peut-on proposer aux élèves de CM1-CM2 ?

Ces problèmes sont issus du guide pour enseigner les fondamentaux *Enseigner la résolution de problèmes au cours moyen*, https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment

1. Une vache pèse 150 kg de plus qu'un chien. Une chèvre pèse 130 kg de moins que la vache. Ensemble, les trois animaux pèsent 410 kg. Quelle est la masse de la vache ?

2. Agathe et Ben ont dépensé 65 €. Agathe et Chloé ont dépensé 185 €. Chloé a dépensé trois fois plus que Ben. Combien Agathe a-t-elle dépensé ?

3. Zélie a préparé un cocktail de jus de fruits qui contient 1 dixième de sirop de grenadine, 7 dixièmes de jus d'orange. Elle a utilisé 1 demi-litre de jus d'ananas. Quel volume de cocktail Zélie a-t-elle préparé ?

4. Une bouteille contient 0,5 L d'eau. On ajoute un quart de litre d'eau dans la bouteille. Quel volume d'eau la bouteille contient-elle maintenant ?

5. Une grenouille fait des sauts de 23 cm. Combien de bonds au maximum devra-t-elle effectuer par rejoindre sa mare située à 2,75 mètres d'elle ?

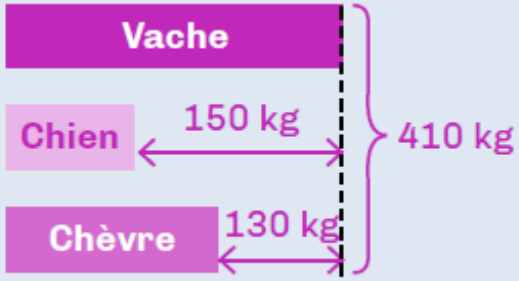
6. Assia a un récupérateur d'eau de pluie dans son jardin. En juin, elle a pu récupérer 247 L d'eau de pluie. Pendant le mois de juin, elle a aussi utilisé 292 L d'eau du récupérateur pour arroser les plantes de son jardin. Quelle est l'évolution du volume d'eau contenue dans le récupérateur entre le début et la fin du mois de juin ?

7. La somme des chiffres de l'année 2022 est 6. Trouve toutes les années entre l'an 2000 et l'an 3000 qui ont une somme de leurs chiffres égale à 6.

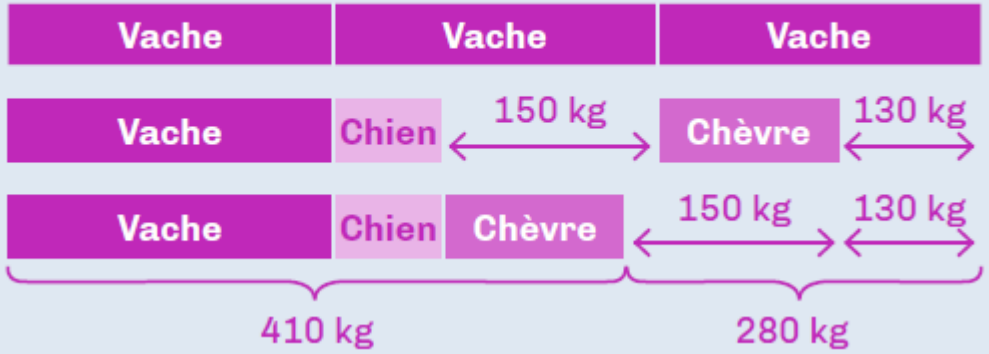
Analyse didactique : un problème additif de comparaison



Une vache pèse 150 kg de plus qu'un chien. Une chèvre pèse 130 kg de moins que la vache. Ensemble, les trois animaux pèsent 410 kg. Quelle est la masse de la vache ? (p. 138)



On peut raisonner avec trois fois la masse de la vache, en schématisant ainsi :

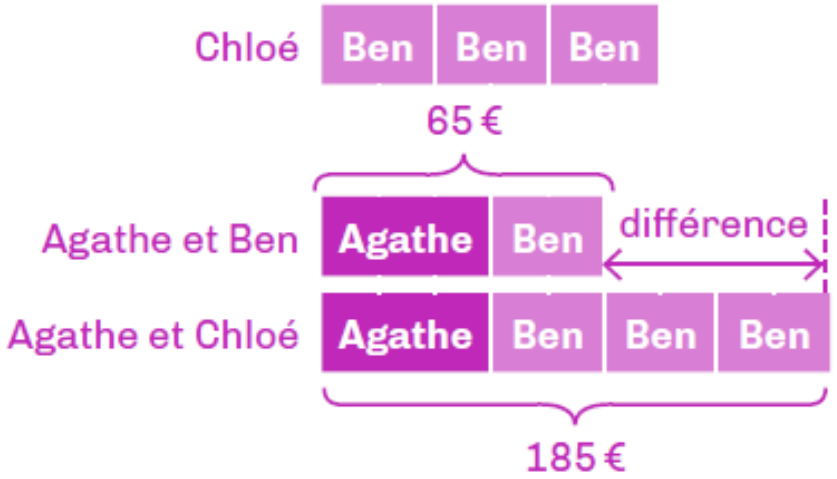


Trois fois la masse de la vache est donc égal à 410 kg + 280 kg c'est-à-dire 690 kg.
690 kg ÷ 3 = 230 kg ; la vache pèse 230 kg.

Analyse didactique : un problème à étapes multiplicatif et additif



Agathe et Ben ont dépensé 65 €. Agathe et Chloé ont dépensé 185 €. Chloé a dépensé trois fois plus que Ben. Combien Agathe a-t-elle dépensé ? (p. 116)



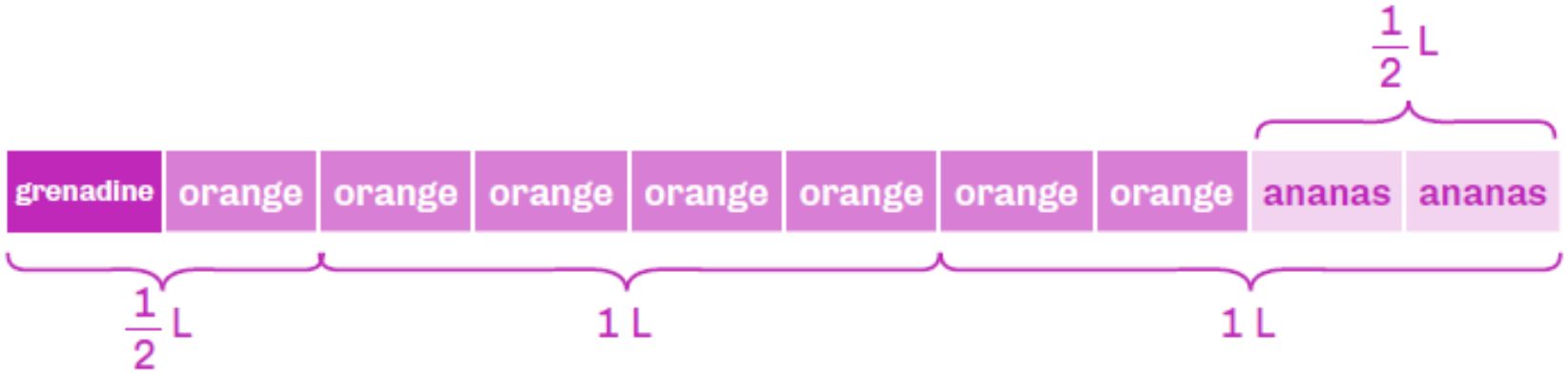
185 € – 65 € = 120 €
La différence entre les sommes dépensées par « Agathe et Chloé » et « Agathe et Ben » est 120 €.

120 € ÷ 2 = 60 €
Ben a dépensé 60 €.
65 € – 60 € = 5 €
Agathe a dépensé 5 €.

Analyse didactique : un problème à étapes additif



Zélie a préparé un cocktail de jus de fruits qui contient 1 dixième de sirop de grenadine, 7 dixièmes de jus d'orange. Elle a utilisé 1 demi-litre de jus d'ananas. Quel volume de cocktail Zélie a-t-elle préparé ?



$2\text{ L} + \frac{1}{2}\text{ L} = 2{,}5\text{ L}$

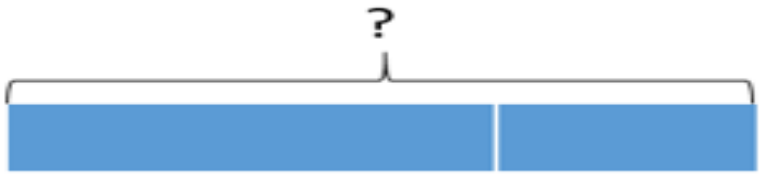
Zélie a préparé 2,5 L de cocktail de jus de fruits.

Analyse didactique : un problème additif de parties-tout



Une bouteille contient 0,5 L d'eau. On ajoute un quart de litre d'eau dans la bouteille. Quel volume d'eau la bouteille contient-elle maintenant ?

Un exemple de modélisation avec le schéma en barre :

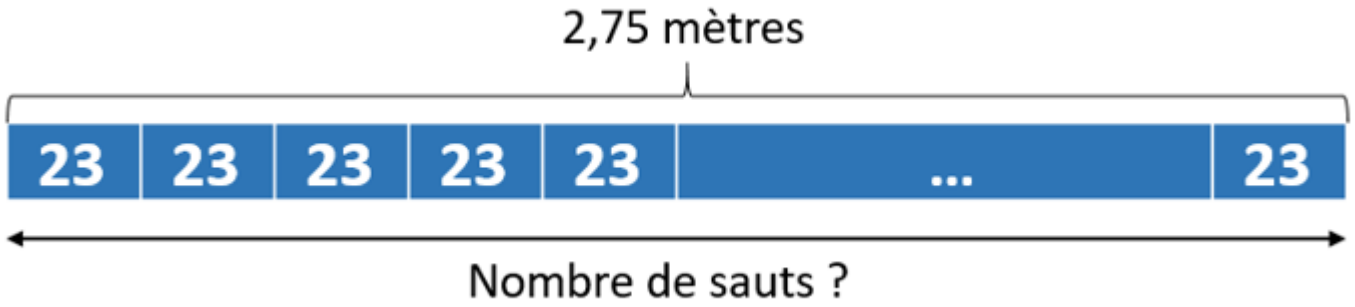


Analyse didactique : un problème en une étape multiplicatif



Une grenouille fait des sauts de 23 cm. Combien de bonds au maximum devra-t-elle effectuer par rejoindre sa mare située à 2,75 mètres d'elle ?

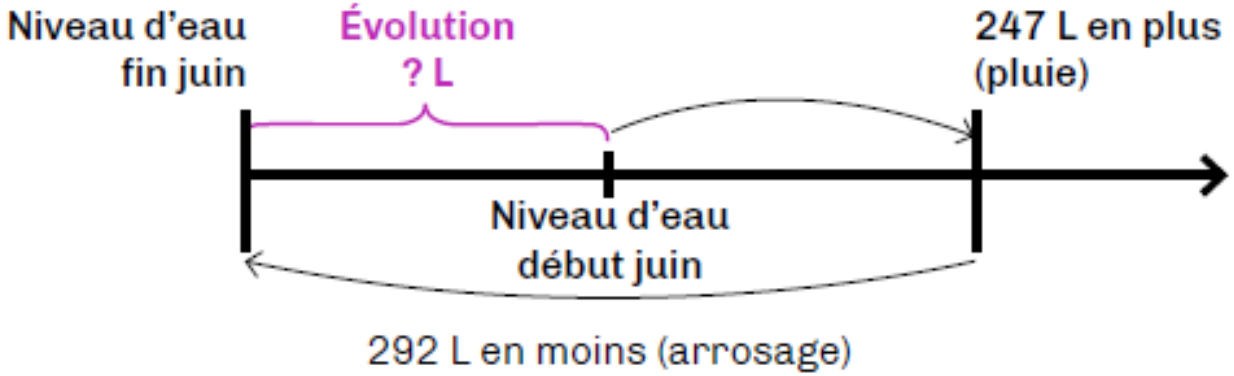
Un exemple de modélisation avec le schéma en barre :



Analyse didactique : un problème en une étape additif de transformation



Assia a un récupérateur d'eau de pluie dans son jardin. En juin, elle a pu récupérer 247 L d'eau de pluie. Pendant le mois de juin, elle a aussi utilisé 292 L d'eau du récupérateur pour arroser les plantes de son jardin. Quelle est l'évolution du volume d'eau contenue dans le récupérateur entre le début et la fin du mois de juin ? (p.120)

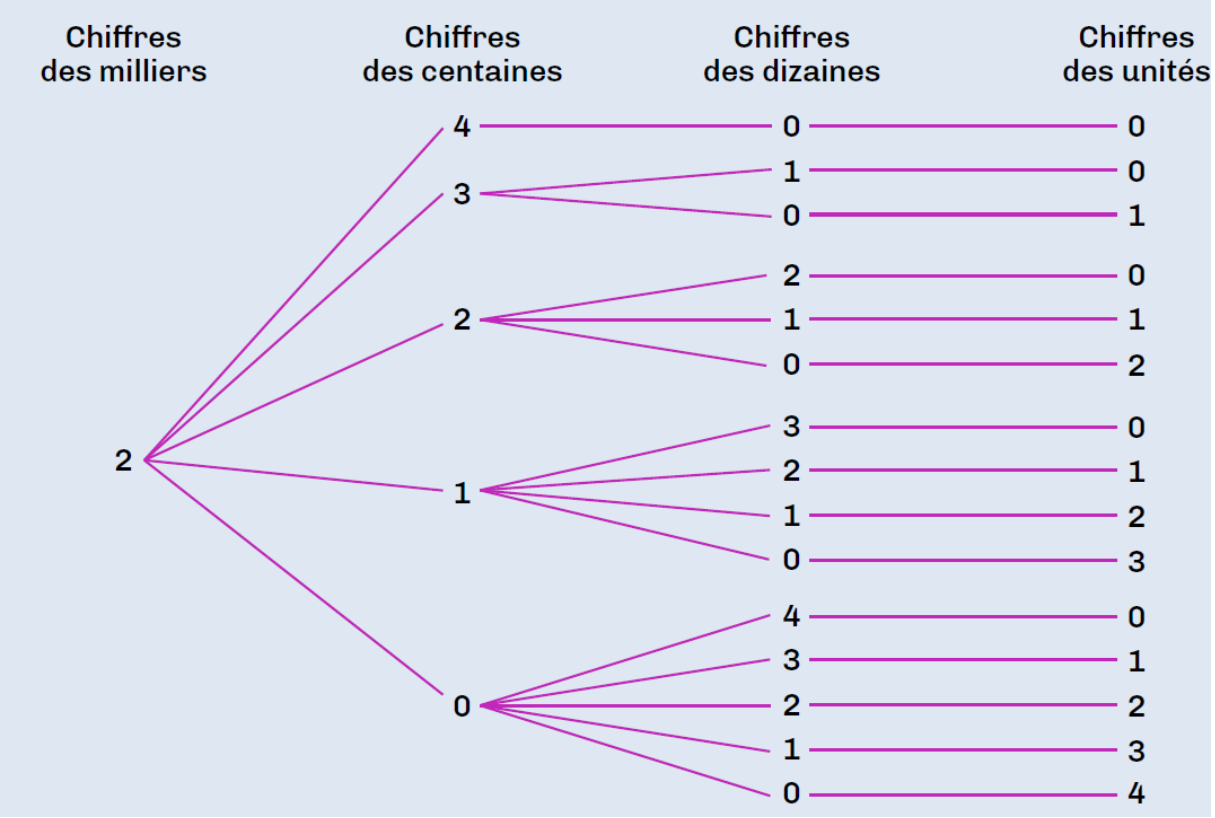


Contrairement au problème précédent, ici la droite ne représente pas la ligne du temps, mais il s'agit d'une droite numérique pour représenter le volume d'eau dans le récupérateur. Un déplacement vers la gauche correspond à une diminution du volume d'eau et vers la droite à une augmentation de ce volume.

Un problème atypique préparant à l'utilisation d'algorithmes



La somme des chiffres de l'année 2022 est 6. Trouve toutes les années entre l'an 2000 et l'an 3000 qui ont une somme de leurs chiffres égale à 6. (p. 36)



Typologie des problèmes

Une classification en types de problèmes, d'après Catherine Houdement :

- Les problèmes basiques ou élémentaires
- Les problèmes complexes
- Les problèmes atypiques

Pour l'enseignant

Identifier, organiser et structurer l'enseignement des problèmes pouvant être proposés aux élèves

Pour l'élève

Résoudre des problèmes et non les classer

Apprendre à faire des liens et des analogies pour mobiliser des stratégies

Typologie des problèmes

	Problèmes basiques	Problèmes complexes	Problèmes atypiques
Caractéristiques	Énoncé court Syntaxe simple Aucune information superflue	Des calculs successifs qui correspondent aux étapes Pas de tâtonnement	Des problèmes verbaux à données numériques qui n'entrent pas dans les catégories précédentes
Démarche	Reconnaitre que le problème peut être résolu par une unique opération Identifier l'opération et effectuer le calcul Interpréter le résultat	Mettre en relation les données Construire un modèle mathématique Organiser et réaliser les calculs à mener Interpréter le résultat	S'inspirer de la méthode de résolution utilisée pour résoudre un nouveau problème Identifier les indices pertinents et mobiliser des stratégies mémorisées
Objectifs	Automatiser la modélisation Faciliter la résolution de problèmes plus difficiles	Renforcer la compréhension du sens des 4 opérations et la modélisation	Développer des compétences transversales et transposer des stratégies

Typologie des problèmes

Une classification des problèmes que les élèves doivent apprendre à résoudre au cours moyen





La classification est un outil pour l'enseignant

Typologie des problèmes

Des attendus pour les calculs posés au cours moyen

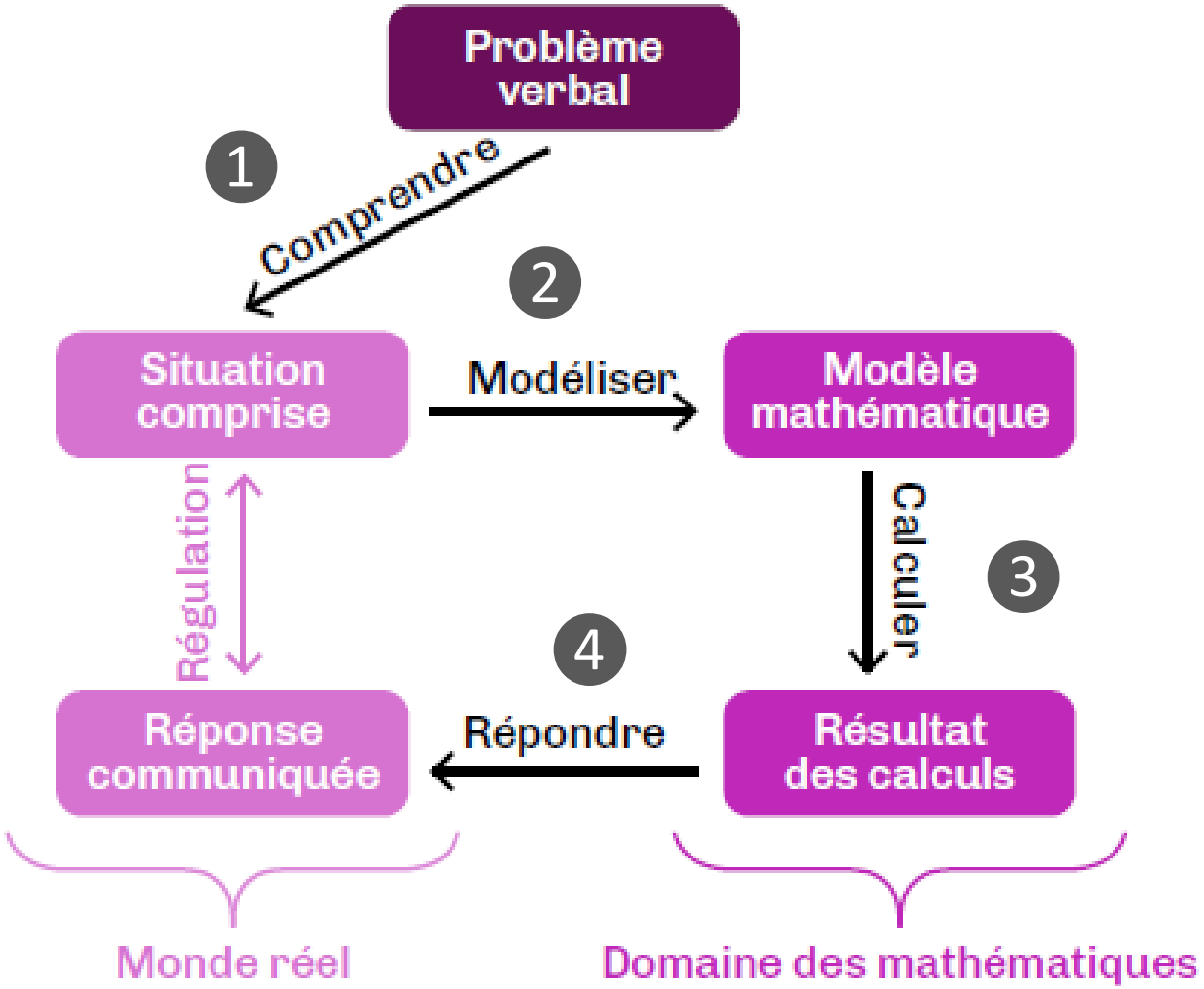


	Multiplication	Division
Cycle 2	Multiplication d'un nombre entier à deux ou trois chiffres par un nombre entier à un ou deux chiffres.	
CM1	Multiplication de deux nombres entiers.	Division euclidienne de deux nombres entiers.
CM2	Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.	Division décimale de deux nombres entiers. Division d'un nombre décimal par un nombre entier.
6e	Multiplication de deux nombres décimaux.	

Démarche d'apprentissage

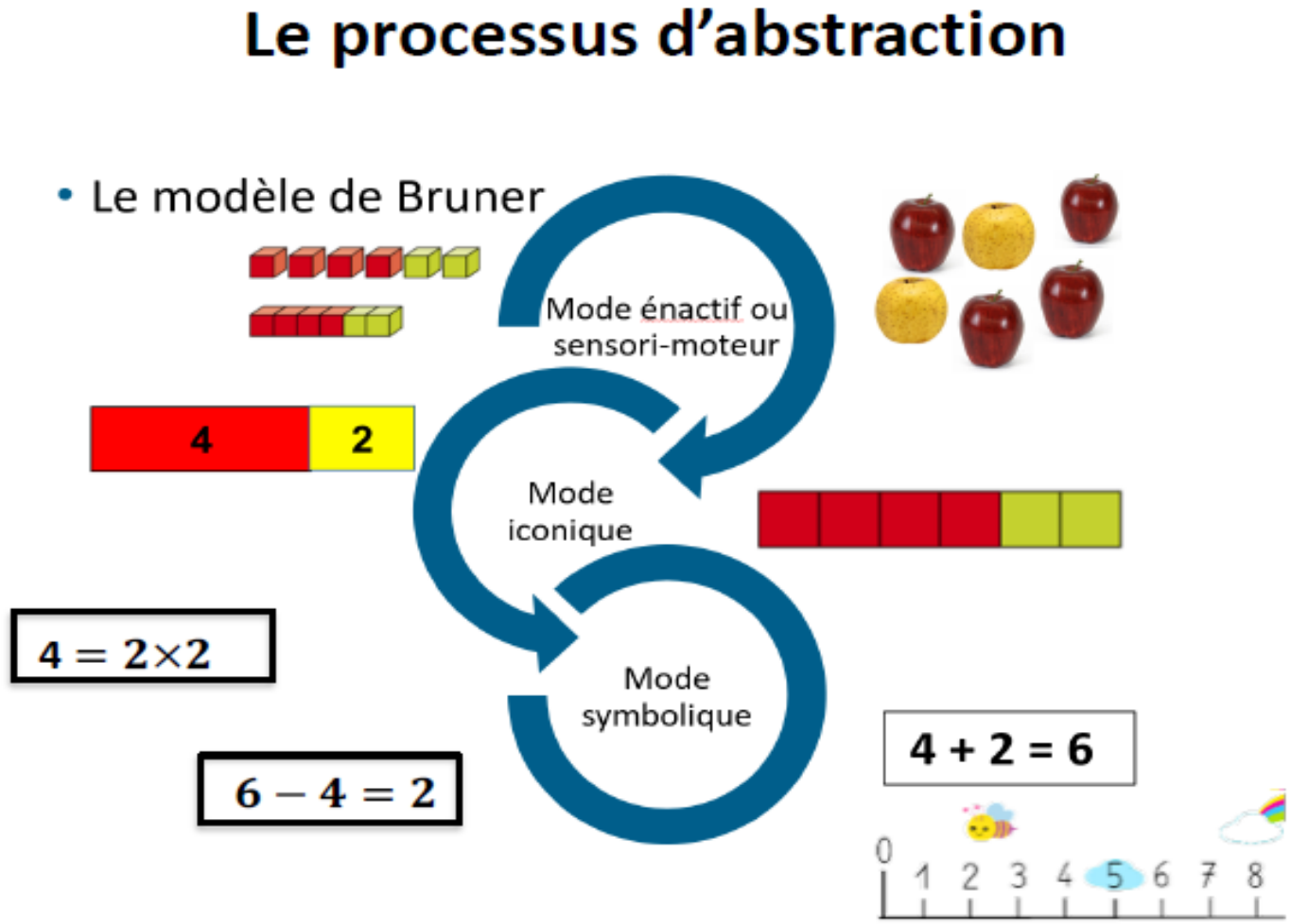
Un modèle en 4 phases pour la résolution de problèmes





Démarche d'apprentissage

Manipuler, verbaliser, abstraire

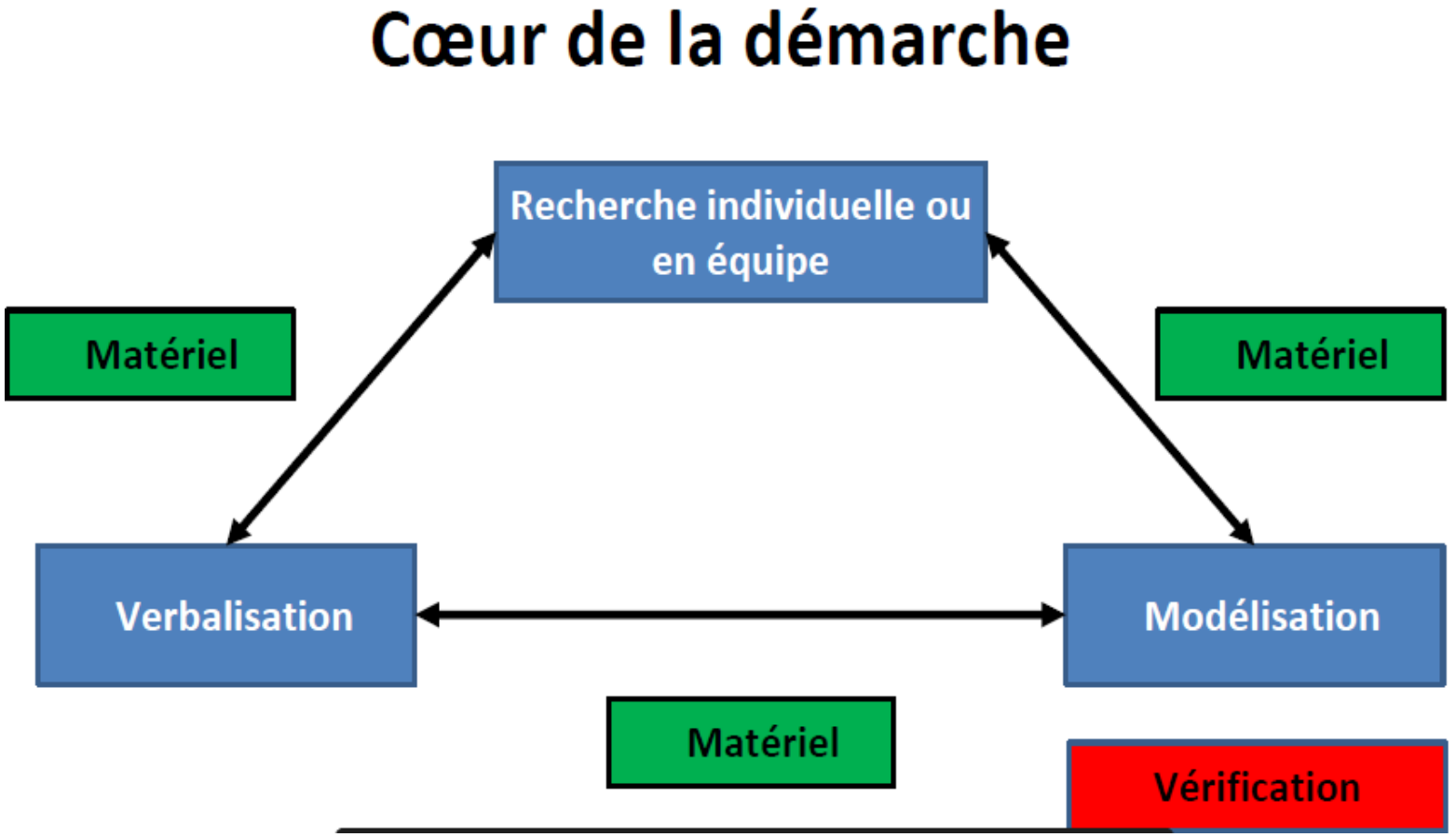






Démarche d'apprentissage

- Des situations concrètes vers des situations de plus en plus abstraites
- Expliciter les similitudes et les différences entres les stratégies
- Expliciter les procédures de résolution
- Enrichir la mémoire à long terme des problèmes résolus pour pouvoir faire des analogies
- Créer une culture commune de la résolution de problème, en s'appuyant sur la modélisation par le schéma en barres.



La vérification intervient à tout moment dans la démarche.

Le matériel peut être présent ou non à toutes les étapes de la démarche.

Des méthodes de représentation pour modéliser



Pour des problèmes additifs et multiplicatifs

Plusieurs types possibles de schémas

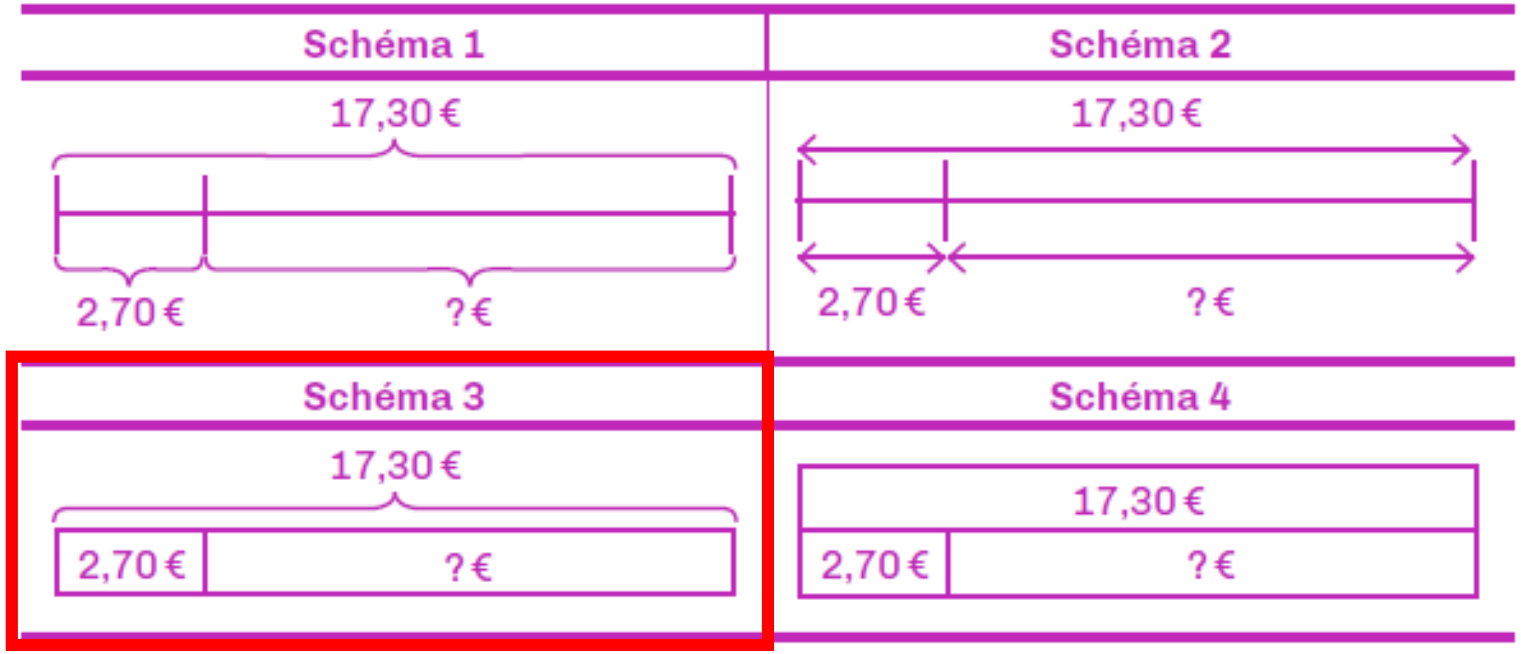
Avantages du schéma 3 :

Continuité avec le cycle 2 grâce au lien entre manipulation et représentation

Matérialité des grandeurs

Explicitation des relations d'inclusion

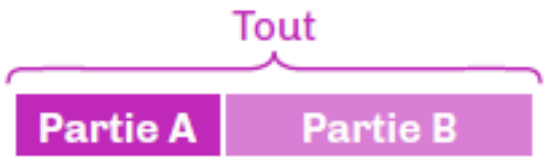
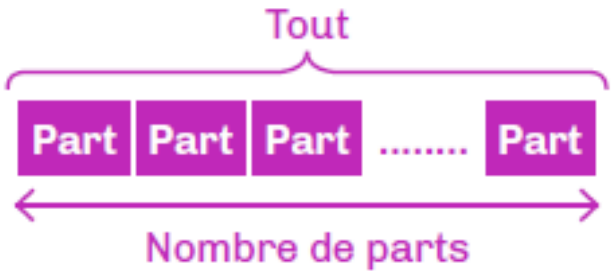
Efficacité démontrée pour les élèves fragiles



Des méthodes de représentation pour modéliser : les schémas en barre



Quatre types de schémas en barre possibles

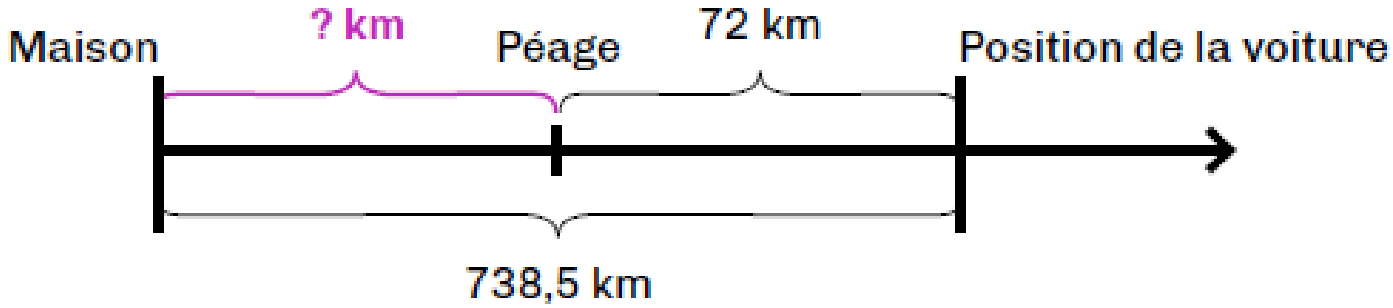
Problèmes...	de parties-tout	de comparaison
additifs	 Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout – Partie A	 Différence = Partie A – Partie B Partie A = Partie B + Différence Tout = Partie A + Partie B
multiplicatifs	 Tout = Nombre de parts x Part Nombre de parts = Tout ÷ Part Part = Tout ÷ Nombre de parts	 B = N x A A = B ÷ N et N = B ÷ A Tout = A + B

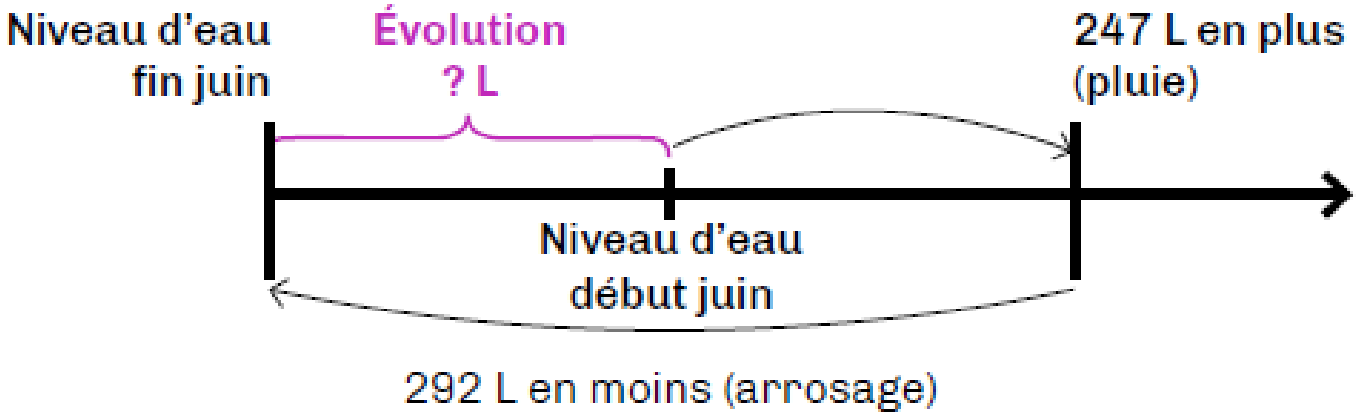
Des méthodes de représentation pour modéliser



Pour des problèmes de transformation

Les schémas représentant un déplacement sur une droite numérique ou une ligne du temps





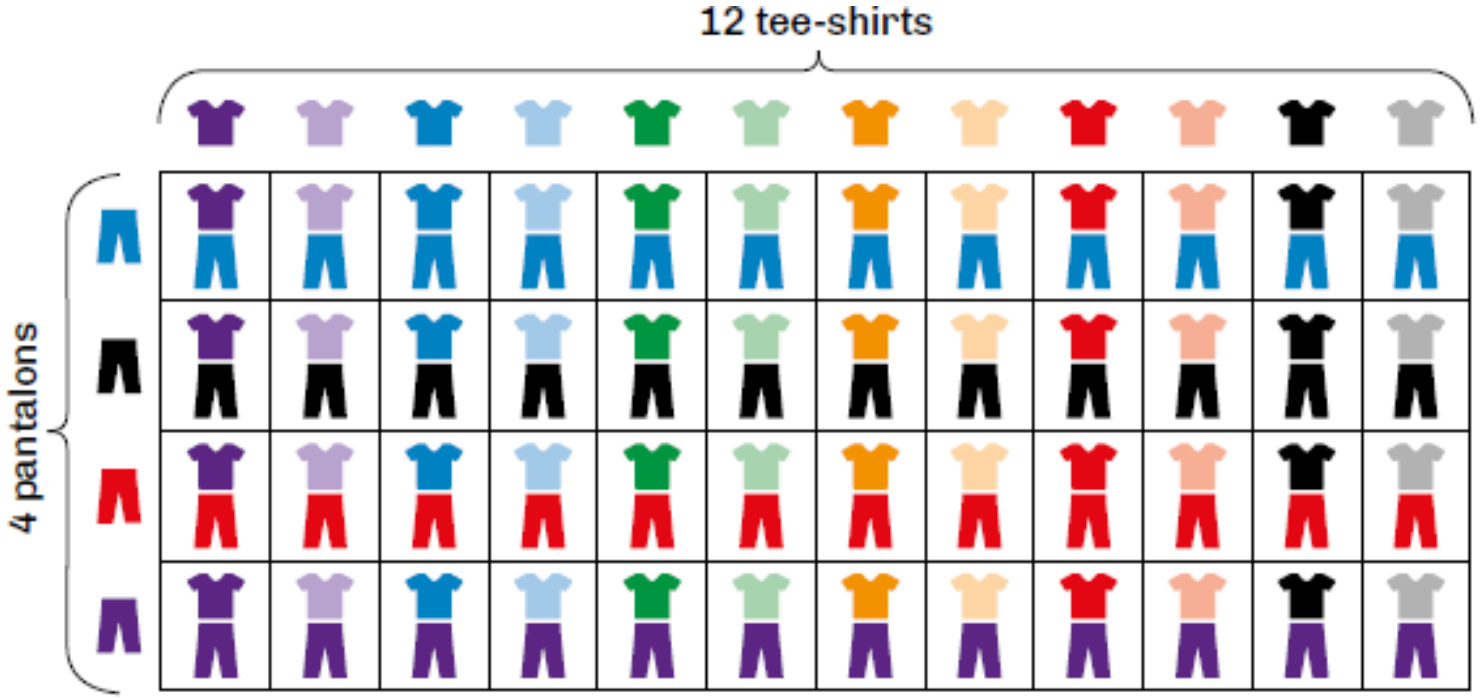
Des méthodes de représentation pour modéliser



Pour des problèmes atypiques

Des tableaux

« Une poupée est livrée avec 4 pantalons et 12 tee-shirts.
De combien de façons est-il possible d'habiller la poupée ? »



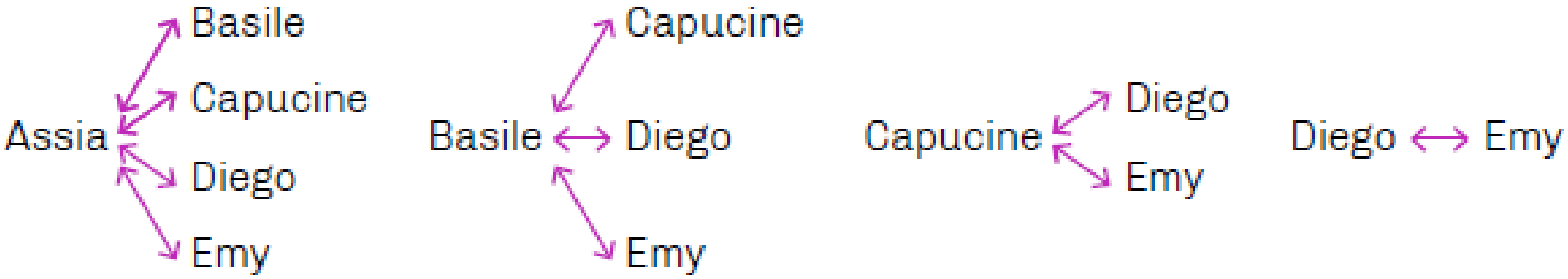
Des méthodes de représentation pour modéliser



Pour des problèmes atypiques

Des arbres

« Assia, Basile, Capucine, Diego et Emy ont résolu ensemble un problème de mathématiques. Ils doivent désigner un binôme (deux élèves) parmi eux cinq pour présenter leur solution à la classe.
Combien de binômes différents peut-on former avec ces cinq élèves ? »



Modélisation de problèmes additifs

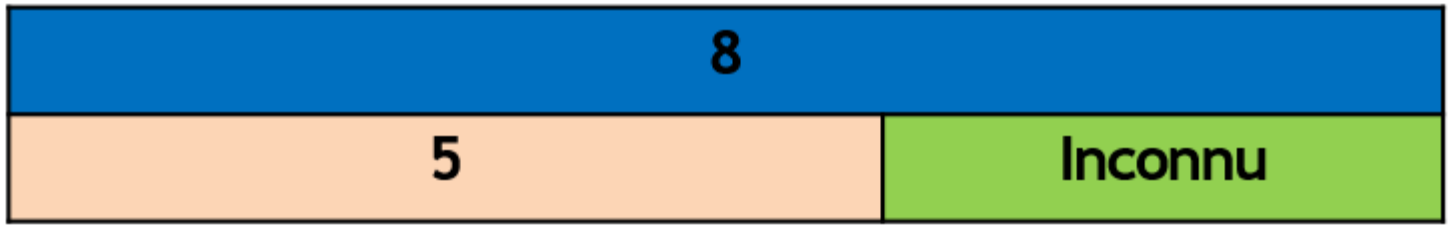
Exemple 1 : J'ai 8 billes. Je perds 5 billes. Combien ai-je de billes ?

Exemple 2 : J'ai 8 billes en tout, des billes rouges et des billes bleues. Cinq billes sont rouges. Combien de billes sont bleues ?

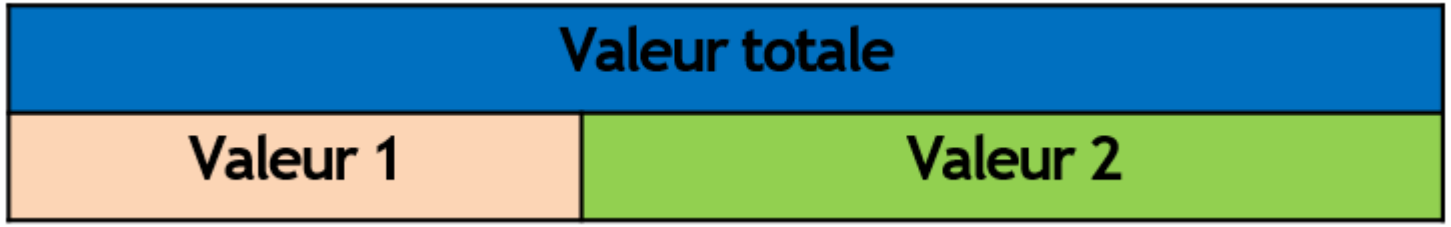
Exemple 3 : J'ai 8 billes, mon ami en a 5 de moins. Combien de billes a-t-il ?

Exemple 4 : J'ai gagné 8 billes puis j'ai perdu 5 billes. Combien ai-je gagné de billes ?

Une seule modélisation avec le schéma en barre



Modélisation de problèmes additifs



- *Des rectangles remplis par les nombres (valeurs) connus, et, si le nombre (valeur) est inconnu par « inconnu », « ? » ou un mot (les aligner sur la marge).*
- *Une longueur de la barre rectangle pas forcément proportionnelle au nombre qu'elle contient. On peut représenter le plus petit nombre par une barre plus courte.*
- *Un seul modèle pour le champ additif: recodage sémantique.*

Modélisation de problèmes multiplicatifs

Exemple 7 : J'ai 4 sacs de 3 billes, combien ai-je de billes ?

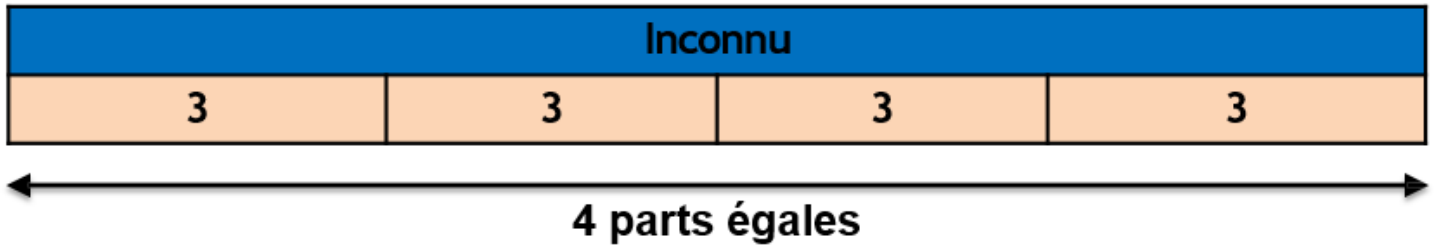
Exemple 8 : Je souhaite partager avec mon petit-frère les billes gagnées aujourd'hui. J'en garde 3 et j'en donne le triple à mon petit frère. Combien de billes avais-je gagné aujourd'hui ?

Exemple 9 : Je partage mes billes avec mon frère, j'en garde un quart et j'en

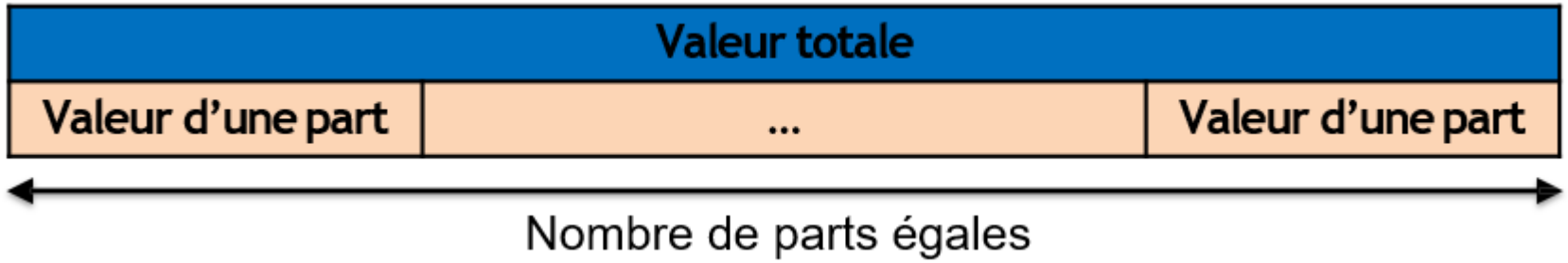
Donne le reste. J'ai maintenant 3 billes. Combien en avais-je en tout?

Exemple 10 : J'ai 3 billes, ma sœur autant et mon frère en a le double. Combien avons-nous de billes en tout?

Une seule modélisation avec le schéma en barre



Modélisation de problèmes multiplicatifs

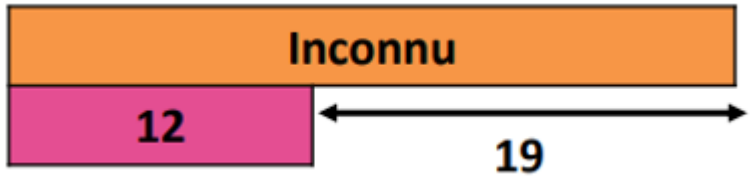


- *Des rectangles remplis comme pour le modèle additif*
- *Pour des parts égales : des rectangles de même longueur ou codé*
- *À main levée : coder les rectangles de même longueur (géométrie, segments de même longueur) pour les valeurs égales ou mettre le même mot ou la même lettre.*
- *Si le nombre de parts est connu : tracer le nombre de parts égales ou ajouter la double-flèche.*
- *Si le nombre de parts est inconnu : écrire « nombre inconnu de parts égales » ou « ? de parts égales » sous la double-flèche.*

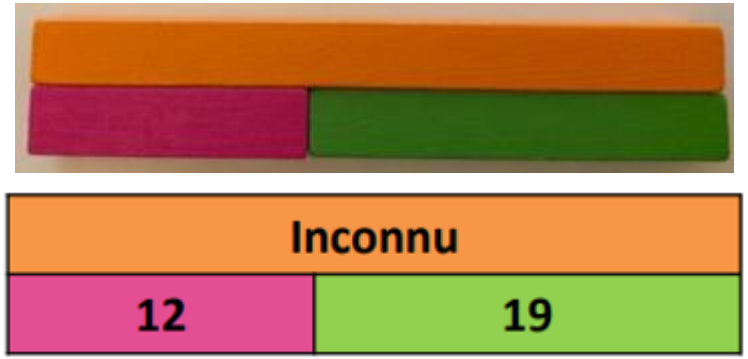
Modélisation de problèmes de comparaison

Loana a 12 billes. Pierre a 19 billes de plus que Loana. Combien de billes possède Pierre?

Un schéma utilisé dans le guide CP : une double flèche pour la quantité qui n'existe pas



Vérification par la manipulation, analogie du modèle à deux barres avec le matériel

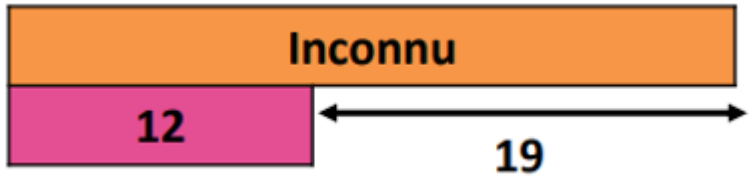


Avantage : Congruence avec la structure mathématique sous jacente : 12+19=31

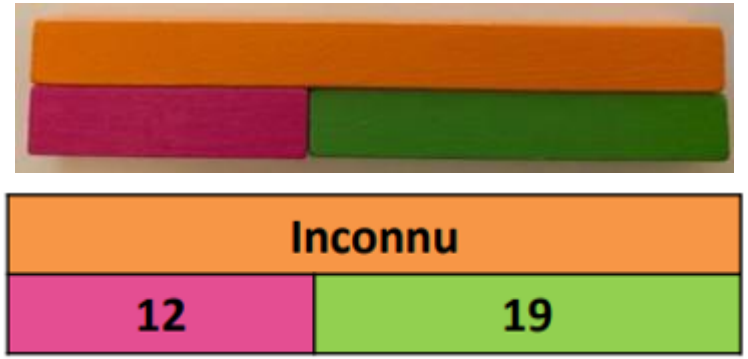
Modélisation de problèmes complexes

Loana a 12 billes. Pierre a 19 billes de plus que Loana. Combien de billes possède Pierre?

Un schéma utilisé dans le guide CP : une double flèche pour la quantité qui n'existe pas



Vérification par la manipulation, analogie du modèle à deux barres avec le matériel



Avantage : Congruence avec la structure mathématique sous jacente : 12+19=31

Rôle du matériel dans la représentation et modélisation



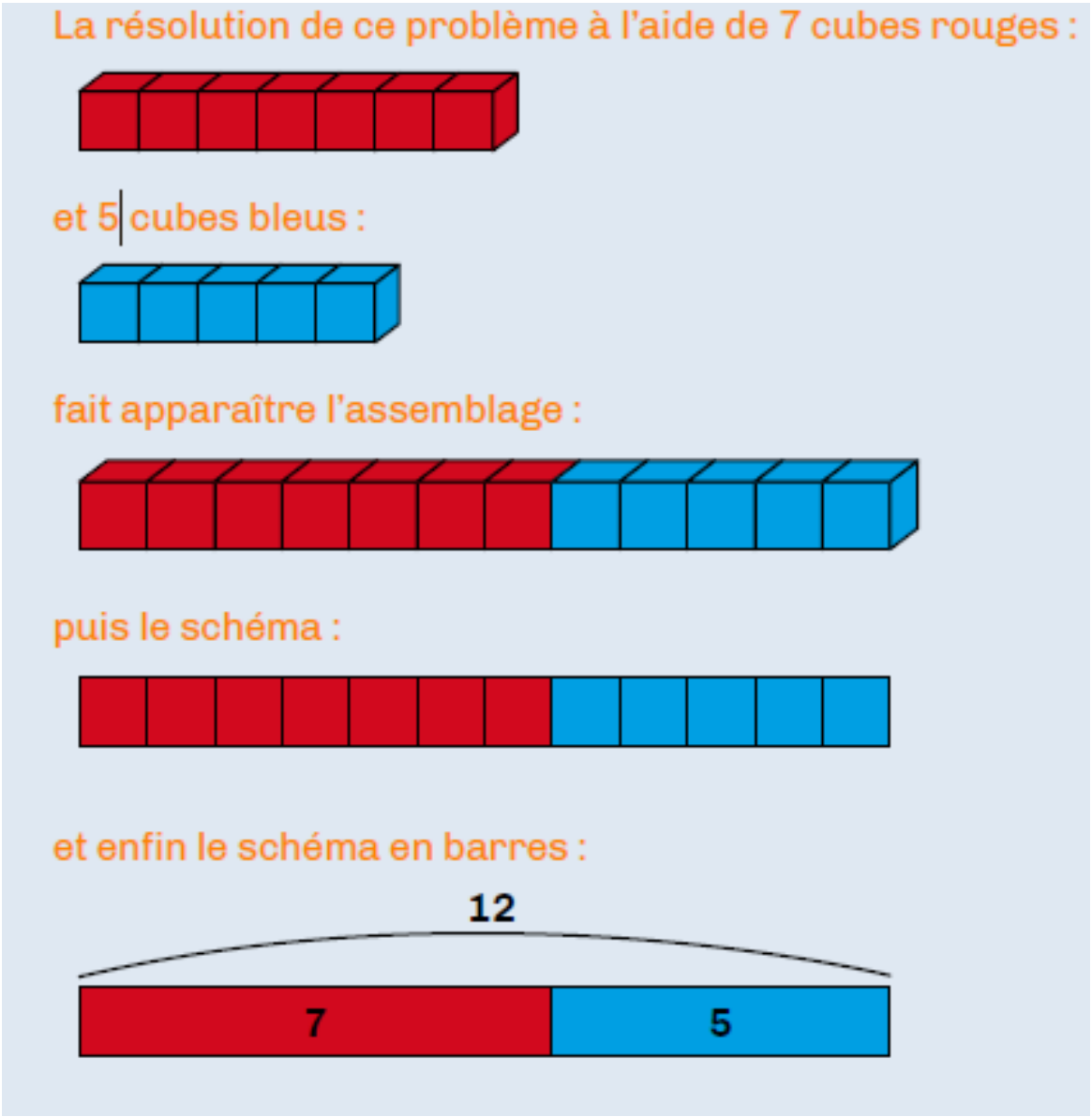
Vers le schéma en barres :

Avec des cubes emboitables dès le CP

≪ *Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues.*

Combien Léo a-t-il de billes en tout ? ≫

Un autre matériel : les

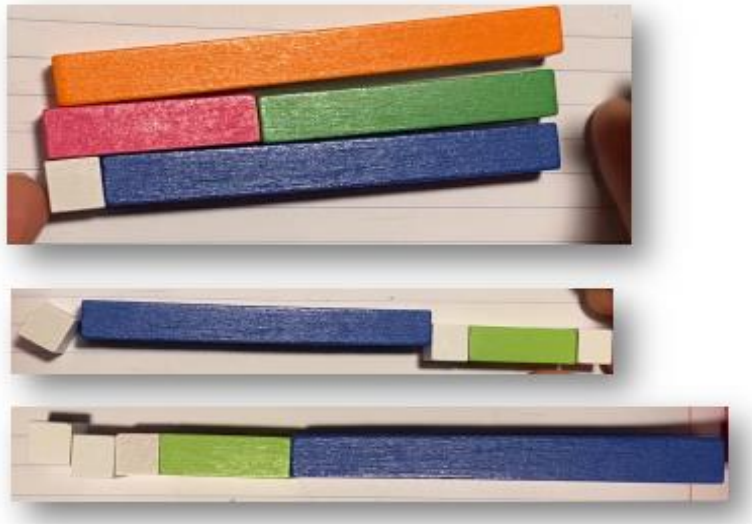


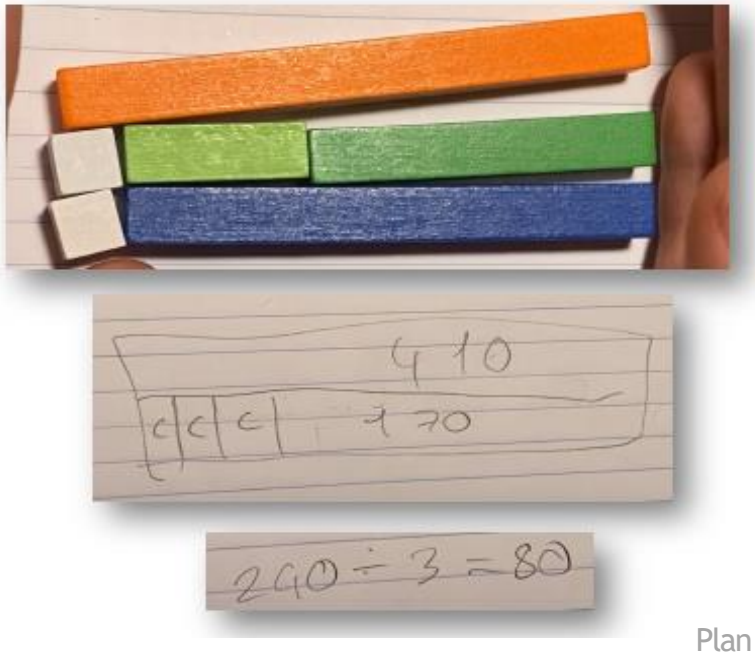
Rôle du matériel dans la représentation et modélisation

Avec des réglettes Cuisenaire :

Problèmes complexes : recherche du modèle

Une jeune vache pèse 150 kg de plus qu'un chien. Une chèvre pèse 130 kg de moins qu'une vache. Ensemble, les animaux pèsent 410 kg. Combien pèse le chien ?





Travail effectué par un élève de sixième première quinzaine de septembre qui aurait pu être conduit en CM

Institutionnalisation



EXEMPLE D'INSTITUTIONNALISATION D'UN PROBLÈME DE COMPARAISON ADDITIVE EN UNE ÉTAPE

Voici un exemple d'une telle institutionnalisation, pour un problème de comparaison additive en une étape ; institutionnalisation qui peut avoir sa place tant en affichage que dans les cahiers de leçons des élèves.

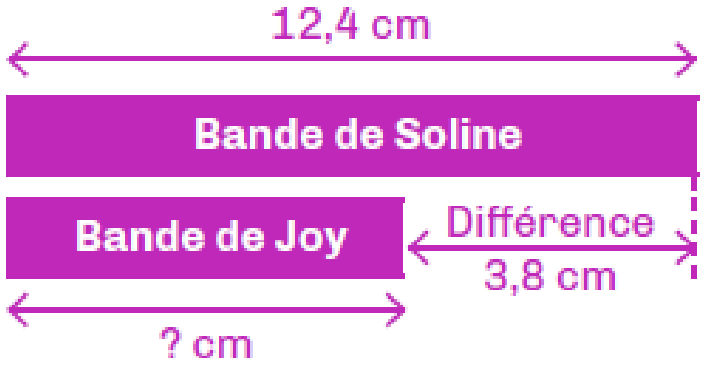
Problème : « *Le maître a distribué des bandes de papier dont les élèves doivent mesurer la longueur. La bande de papier de Soline mesure 12,4 cm. Elle mesure 3,8 cm de plus que la bande de Joy.*
Combien mesure la bande de papier de Joy ? »

On compare la longueur des deux bandes de papier.
La bande la plus grande est celle de Soline.

$$\begin{array}{r} 12,^{1}4 \\ -\ 3^{1},8 \\ \hline 8\ ,6 \end{array}$$

12,4 cm – 3,8 cm = 8,6 cm

La bande de Joy mesure 8,6 cm.

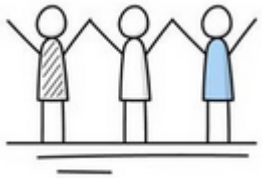


Pour le prochain temps de formation : le 11/03/2024

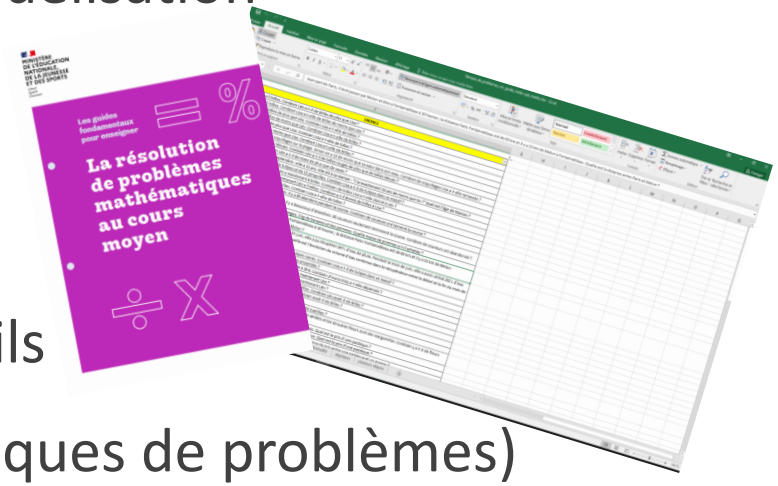


Elaborer une progression en résolution de problèmes en ciblant :

- les types de problèmes à aborder
- les problèmes de références pour favoriser la modélisation
- une proposition d'institutionnalisation de modélisation



En équipe de cycle





En autonomie ou avec formateur, à partir d'outils

(Guide pour les fondamentaux et fichier de banques de problèmes)



Envoi pour le 06/03/2024 à celine.delmaire@ac-lyon.fr

Présentation aux autres équipes : le 11/03/2023

CIRCONSCRIPTION
LYON 6ème/VILLEURBANNE

ACADÉMIE
DE LYON
Liberté
Égalité
Fraternité



Pour tout renseignement concernant ce document :

celine.delmaire@ac-lyon.fr

Merci de votre attention